

Преподаватель:

**Прутков
Козьма
Петрович**



Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет



Домашняя контрольная работа

Тензорная алгебра

Студент: **Иксов Игрек Зетович**

PrutkovKP@ugaga.hihi

Екатеринбург
2017-2018

Указания к оформлению работы

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш **Ctrl+L** (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»).

Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «Page Up» или «Page Down».

Указания к оформлению работы

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу **Adobe Reader** версии 11 или DC.

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

«Откат», т. е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш **Alt** и **←**.

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

Указания к оформлению работы

1) Тестирование начинается с нажатия кнопки «Начать тест», подсчёт баллов произойдёт после нажатия кнопки «Завершить тест». При возникновении затруднений с выполнением задания перейдите по гиперссылкам в тексте задания, для чего в папке, куда вы извлекли данный файл с заданиями, должны находиться также содержащиеся в этом же архиве файлы с электронными учебниками.

2) В заданиях необходимо заполнить все поля для ввода вида ☐. Выполненный тест следует сохранить (необходим Adobe Reader XI или более высокой версии) и выслать по e-mail PrutkovKP@ugaga.hihi

3) Чтобы нарисовать фигуру в Adobe Reader 11, надо на верхней панели открыть меню «Просмотр», выбрать пункт «Инструменты», вкладку «Комментарии», и во вкладке «Рисованные пометки», активировать нужный инструмент.

В Adobe Reader DC для рисования линий следует активизировать пункт «Добавить комментарий» (например, на верхней панели в меню «Редактирование» выбрать «Инструменты управления» и открыть «Добавить комментарий»). В строке «Записка Выделение цветом Подчёркнутый Текст комментарий Зачеркнутый Заменить текст ...»

выбрать троеточие. В «вывалившемся» списке следует выбрать пункт «Инструменты рисования», а в нём — пункт «Линия».

4) В поле для ввода вводится либо **формула** (если это явно указано), либо **целое число**. Для введения дробей используется сдвоенное поле ввода: . Дроби должны быть несократимыми, но могут быть неправильными. Если дробь оказалась целым числом n , представить его в виде $\frac{n}{1}$. Если числитель нулевой, дробь надо представить в виде $\frac{0}{1}$. Если дробь отрицательная, то знак «минус» должен быть в числителе: $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}$. В натуральном числе под корнем $\sqrt{\quad}$ нельзя выделить множитель, являющийся квадратом натурального числа.

5) Если в поле для ввода надо ввести целое число, то вместо него можно вводить арифметическое выражение в формате Java Script, т.е., например, вместо 8 можно ввести $(3^2)-1$ или `sqrt(64)`.

6) **При вводе формулы** в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /, возведение в степень – как ^ (например, x^{5t-3} записывается как `x^(5*t-3)`), $\sqrt{\dots}$ задаётся как `sqrt(...)` (например, $\sqrt{x+1}$ можно представить как `sqrt(x+1)` и $\sqrt{|t|}$ — как `sqrt(|t|)`), $\ln \dots$ задается как `ln(...)` (например, $\ln x$ надо записать `ln(x)`), $\lg \dots$ как `log(...)`. $e^{\dots}$, $\sin \dots$, $\cos \dots$, $\operatorname{tg} \dots$ — как `exp(...)`, `sin(...)`, `cos(...)`, `tan(...)`, $\arcsin \dots$, $\arccos \dots$, $\operatorname{arctg} \dots$ — как `asin(...)`, `acos(...)`, `atan(...)`.

Понятно, что, например, $\sin^3 t$ надо представить выражением `((sin(t))^3)` или `(sin(t))^3`, или даже `sin(t)^3`, но не `sin^3(t)`.

Для простоты полагаем $\sqrt[3]{x} = x^{1/3}$ и т.п. Число π — это PI.

Приоритетность операций можно изменить с помощью КРУГЛЫХ скобок, все скобки должны быть парными (каждой открывающейся скобке соответствует закрывающаяся). Использовать можно только круглые скобки. Выражение можно заменить равносильным: вместо `5^2` ввести `25`, `2*(x-8)` заменить на `2*x-16`. Лишние пары скобок игнорируются: `(x*(1))` равносильно `x*1` и даже `x`.

Знак $\Rightarrow$ вводится как `=>`, $\Leftrightarrow$ — как `<=>`. При вводе формул с использованием этих знаков нельзя вставлять пробелы, лишние скобки и знаки препинания.

Считаем, что сумма может состоять из одного слагаемого.

Оглавление

Иксов Игрек Зетович	8
Тензорная алгебра: тест 1	8
Тензорная алгебра: тест 2	9
Тензорная алгебра: тест 3	10
Тензорная алгебра: тест 4	11
Тензорная алгебра: тест 5	12
Тензорная алгебра: тест 6	13
Тензорная алгебра: тест 7	14
Тензорная алгебра: тест 8	15
Тензорная алгебра: тест 9	16

Тензорная алгебра: тест 1 (Иксов Игрек Зетович)

Не используйте скобки, сохраняйте порядок множителей в **тензорном законе** (см. **правила ввода формулы**)

1. (4 б.) **Матрица перехода** $B \rightarrow B'$ равна $A = (a_{\bullet v}^u) = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$.

$B = (b_{\bullet v}^u) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$. Для тензора $T(B) = (T^i) = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ имеем

2. (1 б.) $T(B') = (\mathbf{T}^i) =$ $*T^p =$

3. (8 б.) $= \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$ `STestTensor[21]`

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за задачи}} \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Тензорная алгебра: тест 2 (Иксов Игрек Зетович)

Не используйте скобки, сохраняйте порядок множителей в **тензорном законе** (см. **правила ввода формулы**)

1. (4 б.) **Матрица перехода** $B \rightarrow B'$ равна $A = (a_{\bullet v}^u) = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$,

$B = (b_{\bullet v}^u) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$. Для тензора $T(B) = (T_i^{\bullet j}) = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ имеем

2. (1 б.) $T(B') = (\mathbf{T}_i^{\bullet j}) =$ $*T_p^{\bullet q} =$

3. (16 б.) $= \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$. STestTensor[22]

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за задачи}} \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Тензорная алгебра: тест 3 (Иксов Игрек Зетович)

Не используйте скобки, сохраняйте порядок множителей в **тензорном законе** (см. **правила ввода формулы**)

1. (4 б.) **Матрица перехода** $B \rightarrow B'$ равна $A = (a_{\bullet v}^u) = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -4 & 17 \end{pmatrix}$,

$B = (b_{\bullet v}^u) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$. Для тензора $T(B) = (T_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ имеем

2. (1 б.) $T(B') = (\mathbf{T}_{ij}) =$ $*T_{pq} =$

3. (16 б.) $= \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$. STestTensor[22]

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за задачи}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Тензорная алгебра: тест 4 (Иксов Игрек Зетович)

Не используйте скобки, сохраняйте порядок множителей в **тензорном законе** (см. **правила ввода формулы**)

1. (1 б.) **Матрица перехода** $B \rightarrow B'$ равна

$$A = (a_{\bullet v}^u) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}. \quad \text{Для тензора } T(B) = (T_{ij}^{\bullet\bullet k}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$T(B') = (\mathbf{T}_{ij}^{\bullet\bullet k}) = \quad \quad \quad *T_{pq}^{\bullet\bullet r} =$$

2. (36 б.) $= \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$

STestTensor[23]

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за задачи}} \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Тензорная алгебра: тест 5 (Иксов Игрек Зетович)

Не используйте скобки, сохраняйте порядок множителей в **тензорном законе** (см. **правила ввода формулы**)

1. (24 б.) В **линейном пространстве симметричных матриц** размерно-

сти 2×2 заданы **базисы** $\mathbf{B}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

и $\mathbf{B}_2 = \left\{ \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} \right\}$. Пусть

$$F^1(\mathbf{X}) = \begin{pmatrix} -2 & -3 \end{pmatrix} \mathbf{X} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad F^2(\mathbf{X}) = \text{tr } \mathbf{X}, \quad F^3(\mathbf{X}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{X} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда базис $\mathbf{B}_3^* = \{F^1, F^2, F^3\}$ является **взаимным** к

$$\mathbf{B}_3 = \left\{ \begin{pmatrix} / & / \\ / & / \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} / & / \\ / & / \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} / & / \\ / & / \end{pmatrix} \right\}.$$

STestTensor[51]


за задачи за коэфф-ты

Тензорная алгебра: тест 6 (Иксов Игрек Зетович)

Не используйте скобки, сохраняйте порядок множителей в **тензорном законе** (см. **правила ввода формулы**)

1. (18 б.) В **линейном пространстве симметричных матриц** размерности 2×2

заданы **базисы** $\mathbf{B}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

и $\mathbf{B}_2 = \left\{ \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} \right\}$. Пусть

$$F^1(\mathbf{X}) = \begin{pmatrix} -2 & -3 \end{pmatrix} \mathbf{X} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad F^2(\mathbf{X}) = \text{tr } \mathbf{X}, \quad F^3(\mathbf{X}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{X} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{B}_2^* = \left\{ -F^1 + -F^2 + -F^3, -F^1 + -F^2 + -F^3, -F^1 + -F^2 + -F^3 \right\}.$$

STestTensor[52]

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за задачи}} \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Тензорная алгебра: тест 7 (Иксов Игрек Зетович)

Не используйте скобки, сохраняйте порядок множителей в **тензорном законе** (см. **правила ввода формулы**)

1. (24 б.) В **линейном пространстве многочленов** степени не выше 2 заданы **базисы** $\mathbf{B}_1 = \{x^0, x, x^2\}$

и $\mathbf{B}_2 = \{-4x^2 - 5x + 5, -3x^2 - 4x - 4, 4x^2 + 4x + 4\}$. Пусть

$$F^1(f(x)) = f(3), F^2(f(x)) = f'(-3), F^3(f(x)) = \int_0^6 f(x) dx.$$

Тогда базис $\mathbf{B}_3^* = \{F^1, F^2, F^3\}$ является **взаимным** к

$$\mathbf{B}_3 = \left\{ \text{---} + \text{---}x + \text{---}x^2, \text{---} + \text{---}x + \text{---}x^2, \text{---} + \text{---}x + \text{---}x^2 \right\}.$$

STestTensor[51]


за задачи за коэфф-ты

Тензорная алгебра: тест 8 (Иксов Игрек Зетович)

Не используйте скобки, сохраняйте порядок множителей в тензорном законе (см. **правила ввода формулы**)

1. (18 б.) В **линейном пространстве** **многочленов** степени не выше 2 заданы **базисы** $\mathbf{B}_1 = \{x^0, x, x^2\}$

и $\mathbf{B}_2 = \{-4x^2 - 5x + 5, -3x^2 - 4x - 4, 4x^2 + 4x + 4\}$. Пусть

$$F^1(f(x)) = f(3), \quad F^2(f(x)) = f'(-3), \quad F^3(f(x)) = \int_0^6 f(x) dx.$$

$$\mathbf{B}_2^* = \left\{ -F^1 + -F^2 + -F^3, -F^1 + -F^2 + -F^3, -F^1 + -F^2 + -F^3 \right\}.$$

STestTensor[52]


за задачи за коэфф-ты

Тензорная алгебра: тест 9 (Иксов Игрек Зетович)

1. (8 б.) Даны базис $\mathbf{B} = \{e_1, e_2\}$ и **тензор-вектор**

$$\vec{T} = 9 \cdot e_1 \otimes e_1 \otimes f^2 - 9 \cdot e_2 \otimes e_2 \otimes f^1 - 6 \cdot e_2 \otimes e_2 \otimes f^2, \text{ где}$$

$\mathbf{B}^* = \{f^1, f^2\}$ — базис, **взаимный** (ду-

альный, сопряженный) к $\mathbf{B}$.

Тогда тензор-вектору $\vec{T}$

соответствует тензор-массив

$$T(\mathbf{B}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$

2. (1 б.) Отметьте структуру тензора из предыдущего пункта:

$$T_{ijk}$$

$$T_{ij}^{\bullet\bullet k}$$

$$T_{i\bullet k}^{\bullet j}$$

$$T_i^{\bullet jk}$$

$$T_{\bullet jk}^i$$

$$T_{\bullet j}^{i\bullet k}$$

$$T_{\bullet\bullet k}^{ij}$$

$$T^{ijk}$$

STestTensor[101]



 за задачи за коэфф-ты

Выполненный тест следует сохранить (необходим Adobe Reader XI или более высокой версии) и выслать по e-mail PrutkovKP@ugaga.hihi